

吉村の擬同型と Real Johnson-Wilson 理論

中井 洋史 (東京都市大学)

Atiyah の Real K 理論に触発されて Landweber[5] と荒木・村山 [1], [2] が導入した Real コボルディズムは, 21 世紀に入って Hu-Kriz の仕事 [3] により再び注目された. Real コボルディズムが注目された理由の一つは, その固定点スペクトラムが複素向き付けをもたないコホモロジー論を表現するため, 安定ホモトピー群の捻じれ元の情報を多くもつことである. さらに, Kitchoo-Wilson [4] は C_2 固定点スペクトラムに関するファイバー列を導入し, 固定点スペクトラムから得られるコホモロジーに対し強力な計算手段をあたえた. それ以降, 複素 Johnson-Wilson 理論の固定点スペクトラムが表現するコホモロジーに関する計算が 2010 年前後に精力的になされ, 例えば実射影空間の実ユークリッド空間への埋め込み問題などへの応用も研究された.

講演者がこの理論に関心を持ったきっかけは, 吉村善一による有限スペクトラムの局所化の研究との関連だった. 1990 年代に吉村・西村・中井は K 理論の擬同型の観点から有限スペクトラムの分類をおこなったが, 講演者は 2017 年にその類似を Johnson-Wilson 理論でも出来ないかと考えた. 実際には様々な制約があり, K 理論で達成した結果までには至っていない. しかし部分的には興味深い成果が得られたので, 一部は 2019 年の城崎および 2020 年の日本数学会で報告した. 今回の講演では, 現在までに知られている (あるいは現在までに得た) 知見について話す.

References

- [1] S. Araki, Forgetful spectral sequences. *Osaka Math. J.* **16** (1979), no. 1, 173–199.
- [2] S. Araki and M. Murayama, τ -cohomology theories. *Japan. J. Math. (N.S.)* **4** (1978), no. 2, 363–416.
- [3] P. Hu and I. Kriz. Real-oriented homotopy theory and an analogue of the Adams-Novikov spectral sequence. *Topology* **40** (2001), no. 2, 317–399.
- [4] N. Kitchloo and W. S. Wilson. On fibrations related to real spectra. *Proceedings of the Nishida Fest (Kinosaki 2003)*, 237–244, Geom. Topol. Monogr., 10, *Geom. Topol. Publ., Coventry*, 2007.
- [5] P. S. Landweber. Conjugations on complex manifolds and equivariant homotopy of MU . *Bull. Amer. Math. Soc.* **74** (1968), 271–274.